Blanket 3: udfyldes af din vejleder og afleveres d. 31/1 2017 på kontoret

STUDIERETNINGSPROJEKT
HHX FEBRUAR 2016/17
BLANKETTEN SKAL AFLEVERES VIA NETPRØVER.DK
OG UPLOADES SOM EKSTRA MATERIALE I PDF-FORMAT

NAVN:* Glenn Bruun Daugaard

KLASSE:* HH3O16

Studieretnings-A-fag:* **Virksomhedsøkonomi A**

2. fag A el. B-niveau:* Matematik B

OMRÅDE:* Produktionsoptimering

PROBLEMFORMULERING:*

Hvordan kan en konkret virksomhed anvende lineær programmering til optimering af deres produktion?

Giv en kort karakteristik af virksomheden Grafisk Maskinfabrik A/S (GM) og deres produktion

Redegør for teorien bag lineær programmering og kom herunder ind på følsomhedsanalyse, skyggepriser, slack mv.

Analyser en økonomisk problemstilling for GM med udgangspunkt i 2 variable, hvor der anvendes teori fra lineær programmering, herunder følsomhedsanalyse, skyggepriser, slack mv.

Vurder hvilke tiltag virksomheden kan gennemføre med henblik på at optimere deres produktion

(omfang ca. 20 sider)

VEJLEDERE:* 1 Jess Salling Christiansen 2 Else Marie Larsen

AFLEVERINGS-DATO:*

Opgaven uploades via Netprøver.dk 17. februar 2017 mel. 9.00 og 12.00 – HUSK deadline da Netprøver.dk lukker for aflevering kl. 12.00!!

OPGAVETITLEN MODTAGET DEN 3. FEBRUAR 2017:

Glenn Daugaard

Elevens underskrift

"Jeg bekræfter herved med min underskrift, at opgavebesvarelsen er udarbejdet af mig. Jeg har ikke anvendt tidligere bedømt arbejde uden henvisning hertil, og opgavebesvarelsen er udfærdiget uden anvendelse af uretmæssig hjælp og uden brug af hjælpemidler, der ikke har været tilladt under prøven."

*Venligst udfyld blanketten på pc

ROSKILDE HANDELSSKOLE

Til censor

februar 2017

Elevens opgave indeholder fortrolige oplysninger som ikke må videregives eller bruges i anden sammenhæng.

Venlig hilsen
Roskilde Handelsskole

Jan Mandrup Jacobsen
rektor

T: +45 8852 3233
F: +45 8852 3209
pv@rhs.dk

Bakkesvinget 67
DK-4000 Roskilde
www.rhs.dk

STUDIERETNINGSPROJEKT 2017

ROSKILDEHANDELSSKOLE

GLENN BRUUN DAUGAARD

3.O

STUDIERETNINGSFAG: *VIRKSOMHEDSØKONOMI*

VEJLEDER: JESS SALLING CHRISTIANSEN

SUPPLERENDE FAG: *MATEMATIK*

VEJLEDER: ELSE MARIE LARSEN

EMNE:

PRODUKTIONSOPTIMERING

VALGT VIRKSOMHED:

GRAFISK MASKINFABRIK A/S

Abstract

This study investigates, if it is possible to use linear optimization to optimize the production in a specific company. The investigation includes a review of the company, Grafisk Maskinfabrik A/S and their production, and three points work in different levels in Bloom's taxonomy to make the investigation detailed. The three points are briefly giving an account of the theory behind linear optimization, shadow prices and slack variable, an analysis of an economical issue, and an evaluation of which initiatives Grafisk Maskinfabrik A/S can make to optimize their production. The points involve a combination of theory from the subject's math and business economy. Moreover, the study works in a view of actual numbers given from the company Grafisk Maskinfabrik A/S. These numbers are used along the assignment and by working with two specific products the results show, that there are some possibilities to optimize the production. By changing the combination of how many of the different products they produce, they can increase their contribution margin. Furthermore, they can look at how much free capacity they got in different processes, and what the shadow prices are in their scarce processes. Besides that, it is important to remember that the results only are valid in a certain extent, because the study only works with two products, and they got more than 50 products in their assortment.

Indholdsfortegnelse

Forord

Dette projekt ville aldrig være blevet til det samme, hvis der ikke var en virksomhed, der ville hjælpe med konkrete tal omkring en produktion. Der skal derfor lyde en stor tak til Grafisk Maskinfabrik A/S, for at være belejlig til at lade mig invitere og se deres produktion. Derudover skal der lyde tak til produktionsplanlægger Thomas Falk-Sørensen, for at bidrage med nødvendige informationer omkring deres produktion og svare på efterfølgende spørgsmål.

1. Indledning og problemformulering

Hvordan planlægger man sig ud af, at transportere to typer varer med forskellig størrelser, når man har et begrænset lastbilsareal og vil flytte mest muligt? Eller hvordan planlægger man sig ud af, at gøde en mark, når man har to typer gødning til forskellige priser, og som kan dække forskellige arealer? Den optimale kombination i disse to tilfælde vil der være mange forskellige svar på uden beregning. Heldigvis kan den løsning, der er optimal, beregnes rent matematisk ved anvendelse af metoden lineær programmering. Teorien om lineær programmering er en af de nyeste matematiske teorier, og opstod under anden verdenskrig, da man skulle beregne, hvor meget fly og skibe kunne fyldes med for at have mest muligt ombord[1]. Siden hen er teorien blevet udviklet og bruges i dag i mange andre sammenhænge, som eksempelvis i de to ovenstående tilfælde eller optimeringsproblemer inden for produktion, blanding eller indkøb. Teorien kan både bruges til optimering af indtjening eller minimering af omkostninger og er derfor relevant for rigtig mange virksomheder. Dog kan der være meget forskel på, hvordan forskellige virksomheder skal anvende metoden samt hvilke overvejelser de skal gøre sig, og det kan derfor være interessant at besvare følgende problemformulering: *Hvordan kan en konkret virksomhed anvende lineær programmering til optimering af deres produktion?* For at få en grundig og dybdegående besvarelse af denne problemstilling, vil det være hensigtsmæssigt at foretage en besvarelse af de fire følgende underspørgsmål:

- Giv en kort karakteristik af virksomheden Grafisk Maskinfabrik A/S (GM) og deres produktion.

- **Redegør** for teorien bag lineær programmering og kom herunder ind på følsomhedsanalyse, skyggepriser, slack mv.

- **Analyser** en økonomisk problemstilling for GM med udgangspunkt i 2 variable, hvor der anvendes teori fra lineær programmering, herunder følsomhedsanalyse, skyggepriser, slack mv.

- **Vurder** hvilke tiltag virksomheden kan gennemføre med henblik på at optimere deres produktion.

[1] Systime: Kapitel 6 Lineær programmering: https://systime.dk/fileadmin/indhold/SupplerendeMaterialer/Matematik_hhx/Matematik_B_hhx/Forside/Matematik_B_06_LineaerProgrammering.pdf, side 3, i den mørkeblå boks.

2. Problemafgrænsning

Mit problem er blevet afgrænset på en sådan måde, at jeg kun har valgt to produkter fra Grafisk Maskinfabrik. Hvis jeg havde valgt at arbejde med flere produkter, ville jeg have flere variable at arbejde med i min analyse. Polygonområde i LP-algoritmen ville være blevet tre- eller firedimensionelt, og problemet skulle i dette tilfælde løses med simplex-metoden, som arbejder med flere variable. Opgaven ville blive meget mere uoverskuelig og uden for det fastsatte omfang. Derfor er problemet afgrænset til to variable.

3. Metodeafsnit

Denne rapport omhandler, hvordan en konkret virksomhed kan optimere sin produktion og maksimere deres dækningsbidrag på to varer gennem effektiv udnyttelse af deres ressourcer. Den, i rapporten, opstillede problemformulering vil besvares ud fra teorien og metoderne fra virksomhedsøkonomi og matematik. I denne sammenhæng er en kombination af netop disse fag hensigtsmæssig, da anvendelse af teorien kan give besvarelsen en tværfaglig og flersidet vinkel. Da begge fag hører under den samfundsvidenskabelige metode, vil sammenspillet mellem fagene agere således, at matematikkens metoder omkring talforståelse, databearbejdelse og brugen af CAS-værktøjer optræder under virksomhedsøkonomiens matematiske løsningsmetode. Desuden vil arbejdet med begge fag gennem rapporten bevæge sig på de taksonomiske niveauer, for at gøre besvarelsen mere dybdegående.

Besvarelsen af problemformuleringen vil bl.a. inddrage de samfundsvidenskabelige metoder fra faget virksomhedsøkonomi. Her vil den første anvendte metode være den økonomiske databehandlingskompetence, da opgaven bygger på indsamlede data omkring produktionen i Grafisk Maskinfabrik. Dernæst kommer den matematiske løsningsmetode ind i billedet til at behandle den indsamlede data. Hertil er den økonomiske redskabskompetence benyttet, idet relevante matematiske redskaber og it-værktøjer er udvalgt. Til sidst anvendes den økonomiske problembehandlingskompetence til at vurdere, hvordan GM skal håndtere og behandle de udfordringer der foreligger i, at optimere deres produktion og dækningsbidrag. Derudover er virksomhedsøkonomi et anvendelsesorienteret fag og er dermed meget praksisnært. Faget giver derfor konkrete svar på forskellige problemstillinger som fx problemstillingen i denne rapport.

Besvarelsen af problemformuleringen vil også indeholde samfundsvidenskabelige metoder fra matematikfaget. Den anvendte metode vil hovedsageligt være den induktive metode, idet udgangspunktet er i den indsamlede empiri, hvorefter teorien anvendes og der uddrages nogle generelle mønstre. Derudover er den matematiske modelleringsmetode også anvendt, idet den indsamlede data behandles og indtegnes som grafiske modeller. Der er derfor også tale om den formelle modellerings metode, da der er tale om ligningsløsning, beregning af skæringspunkt osv. Ydermere, er dele af rapporten udarbejdet med hjælpemidlet TI-Nspire, som er et CAS-værktøj. Værktøjet gør det lettere at arbejde med de forskellige funktioner, samt indtegne dem i et diagram.

3.1. Dataindsamling

Dataindsamlingen er foregået via et virksomhedsbesøg hos GM samt et efterfølgende telefoninterview af deres produktionsplanlægger Thomas Falk-Sørensen. Den indsamlede data består primært af kvantitative data, altså tider omkring deres produktion.

4. Valg af virksomhed

Til udarbejdelsen af denne opgave er virksomheden Grafisk Maskinfabrik A/S valgt til at danne grundlaget. Virksomheden er valgt efter kriteriet om, at der skulle ske en form for produktion eller en gentagende proces dagligt i virksomheden. Dvs. at det skulle være en produktionsvirksomhed. Dog kunne en tømrervirksomhed også have været anvendt, hvis den fx selv skar dør- og vindueskarme jævnligt. Vigtig var, at denne proces skulle kunne inddeles i flere processer med det formål at kunne anvende teorien om lineær programmering på processerne. Alle disse kriterier lever GM fint op til, da det er en produktionsvirksomhed og dagligt producerer mange og større varer, som kan inddeles i mindre processer. Derudover skulle virksomheden have ressourcer til, at have mig på virksomhedsbesøg og hjælpe mig med min dataindsamling. Det kunne GM også hjælpe med, og de blev derfor valgt.

5. Karakteristik af Grafisk Maskinfabrik A/S og deres produktion

Grafisk Maskinfabrik A/S er en produktionsvirksomhed, der producerer maskiner primært til den grafiske branche, med beliggenhed i Birkerød. Virksomheden startede for 43 år siden og har derfor mange års erfaring inden for området[2]. Mange af deres kunder er vinproducenter rundt om i verden, der køber maskiner til at lave etiketter til vinflaskerne[3]. Derfor er en overvejende del af deres salg også til eksportmarkederne. Ca. 95% af deres produktion bliver nemlig eksporteret til udlandet[4]. På deres hjemmeside har de 53 forskellige standardprodukter, som udgør to tredjedele af deres samlede produktion. Den sidste tredjedel er specialfremstillede maskiner, som produceres efter kundernes ønsker og behov[5]. I 2015 havde virksomheden 75 ansatte og en omsætning på 87 mio. kr.[6]

Deres produktion er, som sagt, indrettet således, at to tredjedele af deres produktion består af standardvarer som bliver fremstillet i serieproduktion med ca. fem maskiner af gangen. Fordelen ved denne type produktion er, at den har lavere omkostninger end hvis man skulle enkeltstyksproducerer maskinerne. Det har den eksempelvis fordi, de kan plukke delene til alle fem maskiner på engang. Denne måde gør også, at de hele tiden har diverse maskiner på lager, hvilket forårsager, at de har en relativ stor kapitalbinding i deres lager[7]. Den sidste tredjedel af produktionen er enkeltstyks- og ordreproduktion, idet kunderne kontakter dem og får maskinen

---

[2] Grafisk Maskinfabrik A/S: ABOUT US, afsnit 1.
[3] Petersen, Dan: Maskiner til plastsolceller og vinetiketter løfter salget hos fabrik. Afsnit 4.
[4] Pack Markedet: Bølgepap erstatter stor del af træemballagen: Spalte 1, linje 12
[5] Grafisk Maskinfabrik A/S: ABOUT US, afsnit 2.
[6] Skoda.emu.dk: Navne & Numre Erhverv, om Grafisk Maskinfabrik A/S
[7] Systime: Virksomhedsøkonomi A, kapitel 28.3 Produktionsformer, Serieproduktion.

designet specielt til deres behov. Når de producerer en maskine foregår det således, at alle de komponenter maskinen består af plukkes, hvorefter maskinens bundelementer placeres på produktionsgulvet. Derfra bygges resten af maskinen op, hvor også monteringen af elkomponenter finder sted. Det betyder at maskinen ikke bliver flyttet på noget tidspunkt før den skal ud til kunden eller på lageret[8].

6. Redegørelse for teorien bag lineær programmering

Metoden, lineær programmering, er en optimeringsmetode, som man oftest bruger inden for virksomhedsøkonomiske sammenhænge. Man bruger metoden til fx at maksimere et dækningsbidrag på en kombination af to varer, men kan også bruges til at minimere omkostningerne på to givne varer.[9] Metoden kan desuden også bruges i andre sammenhænge, som planlægning af kørsel, trafik, bemanding eller blandingsproblemer.[10] Metoden bruges i virksomhedsøkonomiske sammenhænge, når man taler om knap kapacitet eller knappe ressourcer.[11]

6.1. Forudsætninger for brug af lineær programmering

For at kunne bruge teorien om lineær programmering er der nogle forudsætninger, som skal opfyldes. Det er vigtigt at pointere, at den løsning man fremfinder kun er optimal, hvis modellens forudsætninger er opfyldt i et rimeligt omfang.[12] Det problem man ønsker at løse skal kunne beskrives lineært. Det betyder, hvis problemet omhandler optimering af et dækningsbidrag, at dækningsbidraget skal forløbe sig proportionalt.[13] En omsætningsfunktionen, hvor de variable er konstante, kunne eksempelvis komme til at se således ud:

$$f(x,y) = ax + by + c \;\rightarrow\; f(x,y) = 4x + 5y + 1000$$

Når man har med lineær programmering at gøre, skal dækningsbidraget pr. enhed der produceres, samt produktionsomkostningerne være konstante. Det betyder, at de skal være uafhængige af den mængde der produceres. Desuden skal stykomkostninger og salgspriserne være konstante hvilket, ikke altid er realistisk. Man kan derfor ikke medregne stordriftsfordele, mængderabat osv.[13] Har man derimod et optimeringsproblem, hvor fx dækningsbidragene ikke er lineær, skal problemet løses med den metode, der hedder kvadratisk programmering[14]. Et eksempel på en omsætningsfunktion, der ikke er lineær, kunne se således ud:

$$f(x,y) = p_x \cdot x + p_y \cdot y \;\rightarrow\; f(x,y) = \left(4 - \frac{1}{20}x\right) \cdot x + \left(5 - \frac{1}{20}y\right) \cdot y$$ fodnote 15

[8] Bilag 1, spørgsmål 1
[9] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 33, afsnit 1
[10] Hansen, Lone m.fl.: Driftsøkonomi, s. 62, "3.5 forudsætning for anvendelse af LP-modeller", linje 3-6
[11] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 33, afsnit 1
[12] Hansen, Lone m.fl.: Driftsøkonomi, s. 62, "3.5 forudsætning for anvendelse af LP-modeller", linje 1-2
[13] Hansen, Lone m.fl.: Driftsøkonomi, s. 61, "3.5 forudsætning for anvendelse af LP-modeller", linje 1-9
[14] Hansen, Hans Henrik m.fl.: Matematik A, s. 126, "3.2 Kvadratisk programmering"
[15] Hansen, Hans Henrik m.fl.: Matematik A, s. 128, "(4) Kriteriefunktion"

Her er forskellen på denne og omsætningsfunktionen fra lineær programmering, at omsætningen her falder med 5% for hver gang der produceres en af vare X og vare Y. Derudover vil funktionen ikke have en niveaulinje, men en niveaukurve.[16]

For lineær programmering forudsættes der yderligere, at der er uafhængighed mellem de to variable, som problemet drejer sig om. Det betyder at mængden af den ene vare der produceres ikke påvirker dækningsbidraget, produktionstiden og andre forhold for den anden vare. Dette gælder ligeledes omvendt.[17]

6.2. Lineær programmerings algoritmen

Når man løser praktiske programmeringsproblemer, bør man følge en bestemt fremgangsmåde eller algoritme. Algoritmen for programmeringsproblemer kan ses i bilag 3.

6.2.1. Identificer de to variable *x* og *y*

Algoritmen til lineær programmerings første trin, er at definere de to variable som oftest er to varer. Man skal altså definere, hvad henholdsvis variabel *x* og *y*, hver især beskriver.[18]

Man kan fx definere de to variable som:

Variabel *x* = vare X

Variabel *y* = vare Y

6.2.2. Bestem kriteriefunktionen *f*(*x*,*y*)

Algoritmens andet trin er, at bestemme kriteriefunktionen, som er den funktion man i lineær programmeringsproblemer vil forsøge, at henholdsvis maksimere i maksimeringsopgaver og minimere i minimeringsopgaver.[19] I denne opgave vil fokus være på maksimering, da det er det opgaven omhandler.

En kriteriefunktion er en funktion af to variabler, hvor *x*- og *y*-værdierne er uafhængige af hinanden. I lineære funktioner, $f(x) = ax + b$, har man en uafhængig variabel som er *x*, og en afhængig variabel som er *y*. I funktioner af to variable, er *x*- og *y*-variablerne begge uafhængige.[20] Funktionsforskriften ser derfor således ud:

$f(x, y) = ax + by + c$ fodnote [21]

Her angiver a fx dækningsbidraget for en vare X, og x angiver antallet af vare X, der produceres. b angiver dækningsbidraget for vare Y, og y angiver antallet af vare Y der produceres. Til sidst er der konstanten *c*, der angiver en yderligere fortjeneste, som er fast. Det kan fx være udlejning, vedligeholdelsesservice eller en form for renteindtægter.

[16] Hansen, Hans Henrik m.fl.: Matematik A, s. 128-129, ”(5) Niveaukurver”.
[17] Hansen, Lone m.fl.: Driftsøkonomi, s. 61, ”3.5 forudsætning for anvendelse af LP-modeller”, linje 1-9
[18] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 44, ”eksempel 5” linje 15
[19] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 44, ”eksempel 5” linje 20-23
[20] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 34, linje 19-24 og side 35
[21] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 35, ”Definition 1”

Når kriteriefunktionens niveaulinjer (mere om niveaulinjer i afsnittet "Bestem to niveaulinjer og tegn dem ind i området") indtegnes i en xy-plan, vil de ligge parallelt med hinanden. Det vil de, da alle kriteriefunktionens niveaulinjer har samme hældning. Kriteriefunktionen $f(x,y) = ax + by + c$'s niveaulinje i højden H er i bilag 4 bevist til at være $\frac{-a}{b}$. Det betyder, at alle niveaulinjer i funktionen $f(x,y)$ har samme hældning, og er dermed er parallelle.[22]

6.2.3. Identificer produktionsbegrænsningerne (inkl. positivitetsbetingelserne)

Algoritmens næste trin består i, at identificere problemets produktionsbegrænsninger samt positivitetsbetingelserne. Det er inden for disse begrænsninger, at kriteriefunktionens løsning skal findes, og som senere vil danne vores polygonområde.[23]

Resten af dette afsnit bygger på Rasmus Axelsen og Ole Dalsgaards "Matema10k, matematik for hhx B-niveau", side 44-45:

Produktionsbegrænsningerne bliver opstillet efter de krav, som opgaven stiller. Et eksempel kunne se således ud:

Knappe ressourcer	Vare X	Vare Y	Maksimal kapacitet
Ressource 1	2	4	10
Ressource 2	5	10	50

Produktionsbegrænsningerne kommer til at se således ud:

Begrænsning for ressource 1: $2x + 4y \leq 10$

Begrænsning for ressource 2: $5x + 10y \leq 50$

Herefter isoleres y på den ene side, i begge begrænsninger. Dette gøres enten i hånden eller med et CAS-værktøj:

Begrænsning for ressource 2 løst i hånden:

$2x + 4y \leq 10$	Begrænsningen er opstillet
$4y \leq 10 - 2x$	$2x$ trækkes fra på begge sider
$y \leq 2{,}5 - 0{,}5x$	Der divideres med 4 på begge sider

Begrænsning for ressource 2 løst med Nspires solve-funktion:

$$5x + 10y \leq 50 \;\rightarrow\; solve(5x + 10y \leq 50, y) \;\rightarrow\; y \leq -0{,}5 \cdot (x - 10.)$$

Man vil herefter have to begrænsninger, som kan indtegnes i et koordinatsystem.[24]

[22] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 39, "Bevis", linje 7-8.
[23] Hedegaard, Ove: Erhvervsøkonomiske cases, side 170, "Grafisk løsning af problemet", linje 18-22
[24] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 44-45

Positivitetsbetingelserne bliver opstillet for at sikre, at løsningen ikke findes i et punkt under 0, på hverken *x*- eller *y*-aksen. Dette gøres fordi, der ikke kan produceres et negativt antal varer.

Positivitetsbetingelserne bliver opstillet således:

$x \geq 0$ og $y \geq 0$ [25]

6.2.4. Tegn polygonområdet

De begrænsninger man har opstillet i punktet før, indtegnes nu i en *xy*-plan. Ved brug af et CAS-værktøj kan man få skraveret enten polygonområdet, eller alt det uden om. Dette bestemmes af, hvilken vej man vender ulighedstegnene. Det er dog ikke alle lærebøger, hvor området bliver kaldt polygonområde. I nogle bøger betegnes det som løsningsområde, mulighedsområde, kapacitetsområde eller polygonområde. Vigtigst er, at det er inden for dette område, løsningen skal findes. For at man ikke er i tvivl, markeres området med et "k".[26] Se eksempel på et polygonområde i bilag 5. Polygonområdet behøver ikke altid være et lukket område, som det fx ikke altid er i minimeringsopgaver. Se et eksempel på det, i bilag 6.

6.2.5. Bestem to niveaulinjer og tegn dem ind i området

Enhver kriteriefunktions niveaulinjer har samme hældning, som det blev bevist tidligere. Det er netop hældningen på niveaulinjerne, som afgør hvilke hjørnepunkt i polygonområdet, der er det optimale. Det ses eksempelvis i bilag 7, hvor det er punkt 1 der er det optimale punkt og i bilag 8, hvor det er punkt 2. Polygonområdet er det samme, men hældningen på niveaulinjerne er forskellige. Det kan også hænde, at niveaulinjerne er parallelle med en af begrænsningerne, så betyder det at hele denne begrænsningslinje, der er optimum.[27]

6.2.6. Bestem det optimale punkt som et skæringspunkt mellem to linjer

Det optimale punkt kan bestemmes på to måder. Enten med parallelforskydning af niveaulinjer eller med hjørneinspektion/hjørnemetoden. Når man finder det optimale punkt med parallelforskydning af niveaulinjer, ser man hvilket punkt, som er det sidste niveaulinerne vil ramme, hvis man bliver ved med at parallelforskyde dem.[28] Se eksempel i bilag 9. Ved brug af hjørnemetoden indsætter man alle hjørnepunkterne fra polygonområdet i kriteriefunktionen, $f(x,y)$. Herefter er det hjørnepunktet med det største dækningsbidrag, der er det optimale punkt.[29]

[25] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 45, linje 5-8
[26] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 39-43
[27] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 51-52
[28] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 51-52
[29] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 52-53 "Hjørneinspektion"

6.2.7. Bestem optimum ved at indsætte punktet i *f*.

Ved brug af hjørnemetoden har man allerede optimum, så dette trin er kun nødvendigt ved brug af parallelforskydning af niveaulinjer. Her skal optimum beregnes ved at indsætte det optimale punkt i *f*, ligesom man gjorde i hjørnemetoden.[30]

6.2.8. Skriv konklusion på problemet

Afslutningsvis skrives en konklusion på LP-problemet. Konklusionen skal indeholde hvor mange af de to varer, der hver især skal produceres, for at danne det optimale dækningsbidrag. Det størst mulige dækningsbidrag fra punktet før skal også indgå i konklusionen.[31]

6.3. Følsomhedsanalyse

En følsomhedsanalyse er en analyse af, hvor følsom en produktion er over for ændringer i dækningsbidragene, for de to varer situationen omhandler. Man bruger analysen i situationer, hvor dækningsbidragene, for de to pågældende varer, kan ændre sig, eller i situationer hvor man ønsker at finde ud af, hvor meget dækningsbidragene kan ændre sig. Man laver først analysen efter man har løst sit LP problem, da man herefter har sin kriteriefunktion og det punkt der angiver den optimale produktionssammensætning. Disse informationer skal man nemlig bruge i følsomhedsanalysen.[32]

Da kriteriefunktionen er en funktion af to variable, vil den have funktionsforskriften: $f(x,y) = ax + by + c$

Følsomhedsanalyse indebærer egentlig, at man sammenligner hældningen på kriteriefunktionens niveaulinje med hældningerne på de begrænsninger, der danner den optimale produktionssammensætning.[33] Dette gøres ved, at man først gør dækningsbidraget, for den vare man antager vil ændre sig, til en variabel og kalder den for henholdsvis *a*, hvis det er dækningsbidraget for vare X der ændre sig og *b*, hvis det er dækningsbidraget for vare Y, der ændre sig. Et eksempel på en kriteriefunktion kunne komme til at se således ud: $f(x,y) = 200x + 400y \rightarrow f(x,y) = ax + 400y$. Her er det dækningsbidraget for vare X, der vil ændre sig. Hvis det modsat er dækningsbidraget for den anden vare, vare Y, der ændre sig, gør man dette dækningsbidrag til en variabel.[34] Grunden til at man gør det sådan er, at en følsomhedsanalyse er en partiel analyse. Det betyder, at man fastholder den ene værdi, mens den anden ændres.[35]

[30] Beltov, Tor m.fl.: Introduktion til produktion, logistik og optimering, side 119-120
[31] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 47, i kassen midt på siden
[32] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 53, "følsomhedsanalyse" og side 54, linje 1-3
[33] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 56, linje 9-11
[34] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 53-56, "Følsomhedsanalyse"
[35] Hansen, Lone m.fl.: Driftsøkonomi, side 58, "3.4.1 Følsomhedsanalyse ved grafisk løsning", linje 3-4

Det næste man vil er, at finde hældningen på niveaulinjen for denne funktion i et givet punkt. Det kan fx være niveaulinjen $N(0)$.[36] Dette gøres ved en isolering af y i den nye funktion og kan gøres med enten TI-Nspires solve-funktion eller i hånden, som det er gjort nedenfor:

$N(0) : f(x,y) = 0 \;\Leftrightarrow\; ax + by = 0 \;\Leftrightarrow\; by = -ax \;\Leftrightarrow\; y = -\frac{a}{b}x$ fodnote 37

Når man nu har hældningen for kriteriefunktionens niveaulinje, som er $-\frac{a}{b}$, skal man bestemme, hvor meget hældningen kan ændre sig, hvorved det optimale punkt forbliver det samme. Dette gøres ved at tage hældningerne på de to begrænsninger, begrænsning 1 og begrænsning 2, der danner punktet og stille dem op i en dobbeltulighed sammen med hældningen på kriteriefunktionens niveaulinje.[38] Dobbeltuligheden vil komme til at se således ud:

hældning på begrænsning 1 $\leq -\frac{a}{b}x \leq$ hældning på begrænsning 2

Herefter løses denne dobbeltulighed. Det gøres ved først at splitte den i to og herefter isolere a i begge ulighederne. De to løsninger man vil få, danner det interval som hældningen kan ændre sig inden for, hvorpå kriteriefunktionen stadig vil have det samme optimale punkt.[39] Det samlede dækningsbidrag vil selvfølgelig også ændre sig i takt med at dækningsbidraget for henholdsvis den ene vare, som den anden, ændres.[40]

6.4. Skyggepriser

Ligesom følsomhedsanalysen er skyggepriserne en analyse af, hvor følsom produktionen er. Her er det dog ikke dækningsbidragene man analyserer på, men kapaciteten på de ressourcer, der er karakteriseret som knappe, eller de begrænsninger, der danner optimum. Når man foretager beregning af skyggepriser, kigger man i en marginalbetragtning på, hvad virksomheden maksimalt må betale for at få en enhed mere af den kapacitet, som er karakteriseret som knap. Ligeledes ser man også på, hvad det vil koste virksomheden, at miste en enhed af den knappe kapacitet.[41] Værdien af en ekstra enhed, som enten tilføres eller fjernes, kaldes altså skyggeprisen.[42] Beregningen af skyggeprisen foregår således, at man tager den ene af de begrænsninger, der danne det optimale punkt, og tilfører én enhed på kapaciteten. Et eksempel kunne se således ud[43]:

Begrænsning for ressource 1: $2x + 4y \leq 10 \;\rightarrow\; 2x + 4y \leq 10 + 1$

[36] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 55, linje 15-17
[37] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 55, linje 18
[38] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 55, linje 19-23
[39] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 55, linje 24-30
[40] Hansen, Lone m.fl.: Driftsøkonomi, side 59, "3.4.1 Følsomhedsanalyse ved grafisk løsning", linje 2 under boksen.
[41] Beltov, Tor m.fl.: Introduktion til produktion, logistik og optimering, side 123, "7.2.4 Skyggepriser" linje 1-9
[42] Hedegaard, Ove: Erhvervsøkonomiske cases, side 175, linje 31
[43] Beltov, Tor m.fl.: Introduktion til produktion, logistik og optimering, side 124-125, "7.2.4 Skyggepriser"

I bilag 10 ses det optimale punkt før tilførslen af en ekstra enhed som (1;2). I Bilag 11 ses derimod det optimale punkt med tilførslen af en enhed, bliver (1,5;2). Det der sker rent grafisk er, at begrænsningslinjen parallelforskydes til højre, og dermed krydser den anden begrænsningslinje længere til højre på x-aksen.

Med en kriteriefunktion på $f(x,y) = 10x + 15y$ vil beregningen af skyggeprisen for begrænsning 1 se således ud:

Oprindelig dækningsbidrag:	$10 \cdot 1 + 15 \cdot 2 = 40$
Nyt dækningsbidrag:	$10 \cdot 1{,}5 + 15 \cdot 2 = 45$
Skyggeprisen:	$45 - 40 = 5$

Skyggeprisen beregnes som forskellen mellem det nye dækningsbidrag og det gamle dækningsbidrag. En skyggepris på 5 kr. betyder, at virksomheden i dette tilfælde ikke må betale mere end 5 kr. for at få en yderligere kapacitet. Samtidig betyder det også, at det vil koste 5 kr. at miste en kapacitet.[44]

Det samme kan gøres for den anden begrænsning, der danner optimum.

6.5. Slack

Slack er et begreb, der beskriver hvor meget af en ressourcer, der ikke er fuldt udnyttet eller hvor meget overskud, der er i en ressource. En ressource, der ikke er fuldt udnyttet, opstår ved, at to begrænsninger bliver fuldt udnyttet, og på denne måde danner optimum. Hvis en tredje begrænsning ikke indgår i dette optimum, er den ikke fuldt udnyttet. Den mængde af ressourcen der ikke bliver udnyttet, kalder man slackvariabel. Slackvariablen udregnes ved at sætte det optimale punkt ind i den begrænsning, der ikke er fuldt udnyttet. Herefter beregnes der hvor meget af den pågældende ressource der bliver brugt. Dette tal, trækkes fra ressourcens maksimale kapacitet.[45]

7. Analyse af en økonomisk problemstilling for GM

7.1. Anvendelse af LP i denne opgave

For at løsningen på en LP-opgave skal være retvisende, skulle førnævnte forudsætninger opfyldes. Som nævnt tidligere skulle de to variable være konstante og uafhængige af hinanden. De to variable i denne case, som er dækningsbidragene for de to varer, er forholdsvis konstante, da de kun vil ændre sig, hvis indkøbspriserne på komponenterne ændrer sig.[46] Desuden er salgspriserne også forholdsvis konstante, da det er store og dyre maskiner, som de færreste køber mange af. Det gør, at der ikke opstår mængderabat ol. i de fleste tilfælde. Derudover er der også en relativ uafhængighed mellem de to variable, da de serieproducerer efter lagerbeholdningen.[47] Produktionen af den ene vare, påvirker altså ikke dækningsbidraget på den anden. På trods af, at

[44] Beltov, Tor m.fl.: Introduktion til produktion, logistik og optimering, side 125-126, "7.2.4 Skyggepriser"
[45] Hedegaard, Ove: Erhvervsøkonomiske cases, side 175-177
[46] Bilag 1, spørgsmål 9.
[47] Bilag 1, spørgsmål 1.

størstedelen af forudsætningerne er opfyldt i nogen lunde omfang, er resultatet alligevel ikke helt gældende. Det skyldes, at GM producerer mange maskiner og ikke kun de to, opgaven omhandler. Skulle man have alle varerne med i en lignende beregning, ville beregningen blive med mange variable og dermed meget kompliceret. Ydermere, består produktionen af flere processer end der er taget med i beregningen her, men de medtagede processer er fælles for begge maskiner. Dette gør også, at resultatet ikke kan bruges i praktisk sammenhæng.

7.2. Beregnede resultater

Økonomisk problemstilling: Grafisk Maskinfabrik producerer to typer maskiner, PNT160SV4 og DC330MINIJ. Under produktionen skal maskinerne igennem seks processer, som er: montering af el, motor, valser, kabinet samt plukning og en efterfølgende test. Nedenfor ses et skema over tiderne til produktionen, tiden der er til rådighed pr. uge (mandag til fredag) til hver proces samt dækningsbidragene for de to varer:

	PNT160SV4	DC330MINIJ	Tilgængelig kapacitet
Plukning	3	12	160
Montering af el	20	95	600
Montering af motor	3	16	100
Montering af valser	4	30	140
Montering af kabinet	12	30	240
Test	3	6	80
Dækningsbidrag	71.250	238.900	

[48]

Gennemgang af LP-algoritmen ses, i bilag 12.

7.2.1. Konklusion på beregningen

Efter beregning ses det, at den optimale kombination af PNT160SV4 og DC330MINIJ, som Grafisk Maskinfabrik A/S skal producere i løbet af en uge, er 12,5 af PNT160SV4 og 3 af DC330MINIJ. På normal vis ville man ikke kunne producere halve produkter, og vil derfor opstille en betingelse for hele tal. Men i dette tilfælde kan det godt lade sig gøre, da den maskine der ikke bliver færdiggjort fredag eftermiddag, kan gøres færdig mandag i den efterfølgende uge. Denne kombination vil give et dækningsbidrag på 1.607.325 kr.[49]

7.3. Følsomhedsanalyse

Det vides fra beregningen, at den optimale kombination er 12,5 af PNT160SV4 og 3 af DC330MINIJ på en uge, når de hver især har et dækningsbidrag på 71.250 kr. og 238.900 kr. Det interessante er, hvor meget disse to dækningsbidrag kan ændre sig, hvorpå kombinationen på 12,5 af PNT160SV4 og 3 af DC330MINIJ, stadig er den optimale. Dette beregnes gennem denne følsomhedsanalyse, hvor det vil ses, hvor følsom produktionen er over for ændringer.

[48] Skemaet fra bilag 2.
[49] Bilag 12, punkt h, ”Skriv konklusion på problemet”

7.3.1. Følsomhedsanalysen for variablen x, som er maskinen PNT160SV4

Det optimale punkt blev før fundet til (12,5;3) og som skæringspunkt mellem begrænsningerne *montering af valser*: $y \leq -0{,}133333 \cdot (x - 35)$ og "$montering\ af\ kabinet$": $y \leq -0{,}4 \cdot (x - 20)$, med en kriteriefunktion som følgende: $f(x, y) = 71250 \cdot x + 238900 \cdot y$.

Med antagelse om, at dækningsbidraget for PNT160SV4 vil ændre sig, vil kriteriefunktionen se således ud:

$f(x, y) = a \cdot x + 238900 \cdot y$

Niveaulinjerne har en hældning på −0,298242, da de to begrænsninger har hældningerne -0,133333 og -0,4. Det optimale punkt og kombination er derfor (12,5;3) så længe

$-0{,}4 \leq -0{,}298242 \leq -0{,}133333.$

Da alle niveaulinjerne har samme hældning, undersøges niveaulinjen $N(0)$:

$N(0)$: $f(x, y) = 0$	$f(x, y)$ sættes lig med 0
$a \cdot x + 238900y = 0$	Kriteriefunktionen med antagelse om ændring indsættes
$solve(ax + 238900 \cdot y = 0, y)$	Ligningen indsættes i Nspires solve-funktion
$y = \frac{-ax}{238900}$	y findes til $\frac{-ax}{238900}$

Niveaulinjerne for funktionen $f(x, y) = a \cdot x + 238900 \cdot y$ har dermed en hældning på: $a = \frac{-ax}{238900}$

Niveaulinjernes hældning kan stilles op i en dobbeltulighed:

$$-0{,}4 \leq \frac{-ax}{238900} \leq -0{,}133333$$

Løses dobbeltuligheden vil man få det interval, som dækningsbidraget for PNT160SV4 kan ændre sig indenfor, hvor punktet (12,5;3) stadig vil være det optimale.

$-0{,}4 \leq \frac{-a}{238900} \leq -0{,}133333$	Dobbeltuligheden skrives op
$-0{,}4 \leq \frac{-a}{238900}$ og $\frac{-a}{238900} \leq -0{,}133333$	Den deles op i to
$-0{,}4 \cdot 238900 \leq -a$ og $-a \leq -0{,}133333 \cdot 238900$	Brøkerne fjernes i begge uligheder ved at gange med 238900 på begge sider i begge uligheder
$-95560 \leq -a$ og $-a \leq -31853{,}3$	Tallene udregnes
$95560 \geq a$ og $a \geq 31853.3$	Ulighederne ganges med -1, hvorved ulighedstegnene vendes
$\underline{31.853{,}3 \leq a \leq 95.560}$	De to løsninger samles til et interval

Dækningsbidraget for PNT160SV4 kan derfor ændre sig i intervallet [31853;95560], hvor det optimale punkt stadig vil være (12,5;3)

7.3.2. Følsomhedsanalysen for variablen y, som er maskinen DC330MINIJ

Det optimale punkt blev før fundet til (12,5;3) og som skæringspunkt mellem begrænsningerne *montering af valser*: $y \leq -0{,}133333 \cdot (x - 35)$ og $"montering\ af\ kabinet"$: $y \leq -0{,}4 \cdot (x - 20)$, med en kriteriefunktion som følgende: $f(x, y) = 71250 \cdot x + 238900 \cdot y$.

Med antagelse om, at dækningsbidraget for DC330MINIJ vil ændre sig, vil kriteriefunktionen se således ud:

$f(x, y) = 71250 \cdot x + b \cdot y$

Niveaulinjerne har en hældning på −0,298242, da de to begrænsninger har hældningerne -0,133333 og -0,4. Det optimale punkt er derfor (12,5;3) så længe

$-0{,}4 \leq -0{,}298242 \leq -0{,}133333.$

Da alle niveaulinjerne har samme hældning, undersøges niveaulinjen N(0)

$N(0)$: $f(x, y) = 0$	$f(x, y)$ sættes lig med 0
$71250 \cdot x + b \cdot y = 0$	Kriteriefunktionen med antagelse om ændring indsættes
$solve(71250 \cdot x + b \cdot y = 0, y)$	Ligningen indsættes i Nspires solve-funktion
$y = \frac{-71250 \cdot x}{b}$	y findes til $\frac{-71250 \cdot x}{b}$

Niveaulinjerne for funktionen $f(x, y) = 71250 \cdot x + b \cdot y$ har dermed en hældning på

$a = \frac{-71250 \cdot x}{b}$

Niveaulinjernes hældning kan stilles op i en dobbeltulighed:

$$-0.4 \leq a = \frac{-71250}{b} \leq -0.133333$$

Løses dobbeltuligheden vil man få det interval, som dækningsbidraget for PNT160SV4 kan ændre sig indenfor, hvor punktet (12,5;3) stadig vil være det optimale.

$-0{,}4 \leq \frac{-71250}{b} \leq -0{,}133333$	Dobbeltuligheden skrives op
$-0{,}4 \leq \frac{-71250}{b}$ og $\frac{-71250}{b} \leq -0{,}133333$	Den deles op i to
$solve\left(-0{,}4 \leq \frac{-71250}{b}, b\right) \rightarrow b \geq 178125$	Ulighederne løses med Nspires solve-funktion
$solve\left(\frac{-71250}{b} \leq -0{,}133333, b\right) \rightarrow b \leq 534376$	
$\underline{178.125 \leq b \leq 534.376}$	De to løsninger samles til et interval

Dækningsbidraget for DC330MINIJ kan derfor ændre sig i intervallet [178125;534376] hvor det optimale punkt stadig vil være (12,5;3)

7.3.3. Opsummering af hovedbudskaber

Dækningsbidraget for variablen x, som er maskinen PNT160SV4, kan altså ændre sig i et interval fra [31853;95560]. Da dækningsbidraget for maskinen er 71.250 kr., er produktionen ikke specielt følsom over for ændringer i dækningsbidraget. Dækningsbidraget skal nemlig falde med mere 55,3% for at komme under de 31.853 kr., hvor det optimale punkt ikke længere er (12,5;3). Ligeledes skal dækningsbidraget stige med mere end 34,1%[50] for at overstige de 95.560 kr., hvorpå produktionen skal ændres.

Det samme gør sig gældende for dækningsbidraget for variablen y, som er maskinen DC330MINIJ. Her kan dækningsbidraget ændre sig i intervallet [178125;534376], og da dækningsbidraget for maskinen er 238.900 kr., er produktionen af denne maskine heller ikke speciel følsom over for ændringer i dækningsbidraget. På denne maskine skal dækningsbidraget falde med mere end 25,4% for at komme under de 178.125 kr., hvor produktionen skal ændres, og stige med mere end 123,7%[51], for at overstige de 534.376 kr., hvor produktionen også skal ændres.

7.4. Skyggepriser

Det vides fra tidligere, at ved produktion af 12,5 af PNT160SV4 og 3 af DC330MINIJ, er det *montering af valser* og *montering af kabinet*, der er de ressourcer, der er knaphed på og derfor dem, det er interessante at lave en skyggeprisberegning på. Kriteriefunktionen lyder på $f(x,y) = 71250 \cdot x + 238900 \cdot y$, og det optimale punkt er (12,5;3). Det giver et dækningsbidrag på 1.607.325 kr.

7.4.1. Skyggepris for *montering af valser*

Begrænsningen for *montering af valser* lød før på: $4x + 30y \leq 140$. Ved skyggeprisberegning ses det, hvad man tjener ved at få tilført en time eller koster at miste en times kapacitet og derfor tillægges der en time mere, og begrænsningen kommer til at se ud som følgende: $4x + 30y \leq 141$. Herefter isoleres y i den nye begrænsning og indtegner den i xy-planen. Dette er gjort i bilag 15.

Det nye optimum findes til (12,4;3,05). Dette nye punkt indsættes i kriteriefunktionen, og man vil herved få et nyt dækningsbidrag:

$f(x,y) = 71250 \cdot x + 238900 \cdot y$	Kriteriefunktionen opstilles
$f(12{,}4; 3{,}05) = 71250 \cdot 12{,}4 + 238900 \cdot 3{,}05$	Det nye optimum indsættes i kriteriefunktionen
$f(12{,}4; 3{,}05) = 1612145$	Det nye dækningsbidrag findes til 1.612.145 kr.

Dækningsbidraget ved tilførsel af en ekstra time til *montering af valser*, giver altså et dækningsbidrag på 1.612.145 kr.

[50] Se bilag 13
[51] Se bilag 14

Skyggeprisen beregnes herefter ved at trække det oprindelige dækningsbidrag fra det nye:

1.612.145 - 1.607.325 = <u>4.820 kr.</u>

Grafisk Maskinfabrik tjener altså 4.820 kr. ved få en times yderligere kapacitet. Samtidig koster det 4.820 kr. at miste en time til denne proces.

7.4.2. Skyggepris for *montering af kabinet*

Begrænsningen for *montering af kabinet* lød før på $12x + 30y \leq 240$. Ved tillægning af en yderlige times kapacitet til processen, kommer begrænsningen til at se således ud: $12x + 30y \leq 241$. Ligesom ved beregning af skyggeprisen for *montering af valser*, isoleres her *y*, og den nye begrænsning indtegnes i *xy*-planen. Dette er gjort i bilag 16.

Denne gang findes det nye optimum til (12,6;2,98). Dette punkt indsættes i kriteriefunktionen og med samme fremgangsmåde som før, får man et nyt dækningsbidrag.

$f(12{,}6; 2{,}98) = 71250 \cdot 12{,}6 + 238900 \cdot 2{,}98 = 1609672$ kr.

Dækningsbidraget ved tilførsel af en ekstra time til *montering af kabinet*, giver altså et dækningsbidrag på 1.609.672 kr.

På samme måde som før, beregnes skyggeprisen ved at trække det oprindelige dækningsbidrag fra det nye:

1.609.672 - 1.607.325 = <u>2.347 kr.</u>

Hvis Grafisk Maskinfabrik får en yderligere times kapacitet til *montering af kabinet*, tjener de 2.347 kr. Ligeledes koster det 2.347 kr. at miste en times kapacitet.

7.4.3. Opsummering af hovedbudskaber

Hvis Grafisk Maskinfabrik vil have mere kapacitet til en af de knappe ressourcer, skal de holde øje med skyggepriserne for de knappe ressourcer. Hvis de fx skal have flere timer til *montering af valser*, skal de kunne gøre det billigere end 4.820 kr. Det er nemlig det dækningsbidrag de vil få, for hver ekstra time de har til rådighed til denne proces. Ligeledes koster det dem et tab på 4.820 kr., hvis de mister en time. Det samme gør sig gældende ved *montering af kabinet*. En time mere til denne proces skal kunne gøres billigere end de 2.347 kr. som skyggeprisen er på, og hvis de mister en time, koster det 2.347 kr.

7.5. Slack

Da det kun er to af de mange processer der er knaphed på, er der en masse overskydende eller ledig kapacitet på de andre processer.

7.5.1. Slack på *montering af motor*

Bl.a. er der ledig kapacitet til *montering af motor*, og hvis denne ledige kapacitet kan overflyttes til en af de processer der er knaphed på, vil de måske kunne producere mere om ugen, og derved få et større dækningsbidrag. Derfor beregnes den ledige kapacitet til *montering af motor*:

For *montering af motor* ser betingelserne således ud:

$3x + 16y \leq 100$

Det optimale punkt er (12,5;3) og ved indsættelse findes hvor mange timer der bruges til denne proces:

$3 \cdot 12{,}5 + 16 \cdot 3 = 85{,}5$

Trækkes de 85,5 time der bruges fra de 100 timer der er til rådighed fås, den tid der er ledig til denne kapacitet:
$100 - 85{,}5 = \underline{\underline{14{,}5 \text{ timer}}}$

Der er altså 14,5 timers ledig kapacitet i denne proces.

7.5.2. Slack på *plukning*

Det samme gør sig gældende ved *plukning*. Her er der også ledig kapacitet som kan overflyttes, hvis det kan lade sig gøre:

Betingelserne for *plukning* ser således ud:

$3x + 12y \leq 160$

Her indsættes det optimale punkt (12,5;3) igen, for at finde antallet af timer det bruges til denne proces:

$3 \cdot 12{,}5 + 12 \cdot 3 = 73{,}5 \text{ timer}$

Herefter trækkes de 73,5 timer fra de 160 timer der er til rådighed:

$160 - 73{,}5 = \underline{\underline{86{,}5 \text{ timer}}}$

Der er altså 86,5 timer til rådighed i denne proces. Grunden til der er så meget ledig kapacitet, kan være at der er sat tid af til, at nogle dele ikke kan findes, og derfor skal skaffes på anden måde.

7.5.3. Slack på *montering af el*

Ved tilførsel af yderlige kapacitet til *montering af valser* vil det det ændre sig til, at blive *montering af el*, der bliver en knap ressource. Det vil også være denne proces der først bliver knaphed på, ved tilførsel af mere kapacitet til *montering af kabinet*. Det vil derfor være interessant at kigge på, hvor meget ledig kapacitet der er til denne proces.

Betingelserne for *montering af el* ser ud som følgende:

$20x + 95y \leq 600$

Det optimale punkt indsættes i betingelserne, for at finde det den kapacitet det bliver brugt:

$20 \cdot 12{,}5 + 95 \cdot 3 = 535 \text{ timer}$

Det 535 der bliver brugt, trækkes fra den tid der er til rådighed som er 600 timer:

$600 - 535 = \underline{65 \text{ timer}}$

Der er altså 65 timer til rådighed til denne proces.

7.5.4. Opsummering af hovedbudskaber

Der er ledig kapacitet i alle de processer der ikke er knaphed på. På processen for *montering af motor* er der 14,5 timer der ikke bliver brugt og til *plukning* er der 86,5 timer der ikke bliver brugt. Hvis det er muligt, kan den, eller noget af den, ledige kapacitet overflyttes til de processer der er knaphed på. Flyttes der nok timer til den ene af de to processer, vil det ende med, at blive processen *montering af el* der bliver knaphed på. I dette tilfælde vil det interessante være, hvor meget ledig kapacitet der er til *montering af el*, og derfor er dette beregnet. Til *montering af el* er der 65 timers ledig kapacitet som kunne bruges, hvis der blev tilført mere kapacitet til en af de knappe processer.

8. Vurdering af hvilke tiltag GM kan gennemføre med henblik på, at optimere deres produktion

På nuværende tidspunkt producerer Grafisk Maskinfabrik fem af en maskine når lagerbeholdningen er nede.[52] De kan derfor med fordel omlægge deres produktion for at generere et større dækningsbidrag, ud fra den kapacitet de har til rådighed. Vi fandt tidligere ud af, at ved produktion af maskinerne PNT160SV4 og DC330MINIJ var den optimale kombination 12,5 af PNT160SV4 og 3 af DC330MINIJ på en uge, og dermed ikke de fem de i forvejen producerer. Da de producerer mange maskiner, er dette eksempel på, at deres produktionsmængde ikke er optimal, nok ikke et enkeltstående tilfælde. For at optimere deres produktion bør de, i hvert fald når det er disse to maskiner de producerer, kigge på hvad der er den optimale kombination. For der er både fordele og ulemper ved at omlægge produktionen, og disse ulemper kan være forklaringen på, at de gør, som de nu gør. For at starte med den ene vare, PNT160SV4, så vil de komme ud for en situation, hvor de skal producere mere end dobbelt så mange varer som de plejer. Fordelen ved det er, at de får udnyttet deres ressourcer bedst muligt og dermed får skabt det største dækningsbidrag. Derudover skal de ikke producere denne maskine lige så ofte, da de producerer flere af gangen. Ulemperne er derimod, at de får mange flere af maskinen på deres færdigvarelager. Det betyder, at de får en meget større lagerbinding og dermed mange flere lageromkostninger. Og dette kan være grunden til, at de kun producerer fem af gangen.

Ligeledes vil optimeringen give fordele og ulemper for den anden maskine, DC330MINIJ. Ved omlægningen vil de, ligesom før, udnytte deres kapacitet bedre, og dermed opnå et større dækningsbidrag. Samtidig vil de

[52] Bilag 1, spørgsmål 1

opleve at have færre af maskinen på færdigvarelageret og dermed spare nogle omkostninger i den forbindelse. Ulemperne for denne maskiner er, at de vil være nødt til producere den oftere, da de før lavede fem og nu kun skal lave tre. De vil derfor få en lavere leveringssikkerhed og leveringstid, da de kan risikere at tømme lageret og ikke kunne levere, når kunden efterspørger maskinen.

Hvis GM vælger at producere de to maskiner efter den optimale kombination, kan de også overveje at skaffe yderligere kapacitet til de processer, der er knaphed på og dermed optimere produktionen yderligere. Det blev tidligere beregnet, at der ved *montering af motor* er 14,5 times ledigkapacitet, og ved *plukning* er 86,5 times ledig kapacitet. Hvis ikke disse timer bruges på andet, kunne de overføres til fx *montering af valser* og dermed øge kapaciteten. Man kunne også hente flere timer til *montering af valser* ved at overarbejde. Uanset hvad er det vigtigt, at hver time ikke koster mere end skyggeprisen for *montering af valser*, som er på 4.820 kr. Hvis de skaffer 30 timers ekstra kapacitet til *montering af valser*, ganges skyggeprisen på 4.820 kr. op med 30 timer. Det vil give en skyggepris på 144.600 kr. Det betyder, at hvis de vil hente 30 yderligere timer, skal det kunne gøres billigere end de 144.600 kr., som de tjener ved at have den ekstra kapacitet. Kan det ikke gøres billigere, optimeres deres produktion ikke. Det samme kan gøres for *montering af kabinet*.

Hvis Grafisk Maskinfabrik henter de 30 timers ekstra kapacitet til *montering af valser*, vil det give et nyt optimum, som bliver skæringspunktet mellem *montering af el*, og *montering af kabinet*. Dette kan ses i bilag 17. Det nye optimale punkt bliver (8,89;4,44), og det vil give et nyt dækningsbidrag, der er 86.903,5 kr. større end hvis de ikke havde de 30 timer.[53] Desuden giver det en næsten maksimal udnyttelse af tre processer, *montering af el*, *kabinet* og *valser*. Grunden til at processerne kun næsten er fuldt udnyttet, skyldes at det ikke præcis er 30 timer der skal lægges til valser. Se beregningen på slack for de 3 processer i bilag 18. Det vil altså sige, at de kan optimere deres produktion, hvis de øger kapaciteten til *montering af valser*.

Et andet sted GM kan optimere deres produktion er ved at udjævne de udsving, der kan komme i deres kapacitet. Deres kapacitet er nemlig ikke altid fast, da de ofte sender en mand ud til kunderne, som kan være i hele verden for at yde service på maskiner, der er solgt.[54] For hver time manden er væk, koster det skyggeprisen på den proces, som han mangler i. Hvis han mangler i en af de processer der er knaphed på, må de hos GM hente de timer på anden vis. Fx ved at tage kapacitet fra de processer der er slack på, overarbejde eller ansættelse af en vikar. De kunne eksempelvis også ansætte en mand, der kun rejste rundt til kunderne for at yde serviceydelser. Det ville udjævne nogle af de udsving, der kommer i kapaciteten og dermed optimere deres produktion. Dog er det vigtigste, at den måde de anskaffer sig kapaciteten ikke koster mere end det dækningsbidrag, de henter ved at anskaffe sig kapaciteten.

[53] Bilag 17
[54] Bilag 2, yderlige notater

Hvis det havde været andre processer, fx *plukning*, der havde været knaphed på, kunne produktionen optimeres ved at skaffe ekstra timers kapacitet. Dette kunne fx gøres ved at kigge på lagerindretningen. På nuværende tidspunkt er lageret inddelt efter varenumre og for at spare tid til plukningen af komponenter, kunne de lave en hylle med de mest brugte dele. Det ville spare dem for noget tid til plukning af de enkelte maskiner og dermed kunne producere mere. De kunne også tage andre metoder i brug til at korte tiden af til de forskellige maskiner. De kunne eksempelvis se, om de kunne inddele processerne i mindre processer og kigge på, om der var noget spildtid der kunne minimeres. Hvis det var tilfældet, kunne de minimere denne spildtid med anvendelse af lean og dermed optimere produktionen yderligere.

9. Konklusion: Hvordan kan en konkret virksomhed anvende lineær programmering til optimering af deres produktion?

En virksomhed som Grafisk Maskinfabrik A/S kan, i et vis omfang, anvende lineær programmering til optimering af deres produktion. På hele produktionen kan det nemt blive svært og uoverskueligt, da de har rigtig mange forskellige produkter, og dermed ikke kan gøre det lineært. Desuden er en tredjedel af de varer de producerer, produceret efter ordre og kundernes ønsker og kan derfor også være svært at planlægge sig ud af. Alligevel kan den lineære programmering bruges, hvis de bruger den på ugebasis. Hvis de i starten af hver uge ved, hvad der skal produceres i løbet af ugen, kan de med fordel anvende teorien og finde ud af, hvad der skal produceres for at generere det størst mulige dækningsbidrag. De kan ligeledes tage stilling til, hvordan de er nødt til at reagere, hvis der mangler en mand i løbet af ugen, eller hvis de bliver nødt til at bestille nogle komponenter hjem fra en leverandør, der er dyrere end den de plejer. Netop disse problemstillinger kan de løse ved brug af lineær programmering samt beregning af følsomheden på dækningsbidragene, beregning af skyggepriserne og hvor meget slack der er på de forskellige processer.

Litteraturliste

Artikler

Pack Markedet: Bølgepap erstatter stor del af træemballagen. I: Packmarkedet, 9.12.2016, Sektion: Tema Transportemballage, s. 1. Internetadresse: https://apps.infomedia.dk/mediearkiv/link?articles=e605227a Besøgt d. 07.02.2017 (Artikel)

Petersen, Dan: *Maskiner til plastsolceller og vinetiketter løfter salget hos fabrik*. I: Finans.dk, 01.07.2016, s. 1. Internetadresse: http://woview.infomedia.dk/?url=http://finans.dk/protected/finans/erhverv/ECE8813082/maskiner-til-plastsolceller-og-vinetiketter-loefter-salget-hos-fabrik/&OpointData=cfc9d5b3fdb69c1250d62a89fc5fc23dJmlkX3NpdGU9MTI0Nzk0JmlkX2FydGljbGU9NDg3ODgmaWRfdXNlcj0yODQwJmlkX2FwcGxpY2F0aW9uPTEwMDAzNTkmbGFuZz1lbg Besøgt d. 07.02.2017 (Artikel)

Bøger

Axelsen, Rasmus og Ole Dalsgaard: Matema10k. Matematik for hhx B-niveau. 1. udg. Bogforlaget Frydenlund, 2016. (Bog)

Beltov, Tor m.fl.: Introduktion til produktion, logistik og optimering. 1. udg. Syddansk Universitetsforlag, 2007. (Bog)

Hansen, Hans Henrik m.fl.: Matematik A. 5. udg. Systime, 2007. (Bog)

Hansen, Lone m.fl.: Driftsøkonomi. Side 57-63. 3. udg. Hans Reitzels, 2015. (Bog)

Hedegaard, Ove: Erhvervsøkonomiske cases. Side 161-181. 2. udg. Jurist- og økonomforbundets Forlag, 1999. (Bog)

Virksomhedsøkonomi A. Redigeret af: Knud Erik Bang. 1. udg. Systime, 2014. (Bog)

Internetkilder

ABOUT US. Udgivet af Grafisk Maskinfabrik A/S. Internetadresse: http://www.gm.dk/about-us/ - Besøgt d. 07.02.2017 (Internet)

Skoda.emu.dk: Navne & Numre Erhverv -> Grafisk Maskinfabrik A/S. Udgivet af NN Markedsdata. Internetadresse: https://skoda.emu.dk/skoda-cgi/nnmarkedsdata/Content/View/Keynumbers-Full.aspx?id=100520812&from=search&p=0 - Besøgt d. 08.02.2017 (Internet)

Kapitel 6 Lineær programmering. Udgivet af Systime. Internetadresse: https://systime.dk/fileadmin/indhold/SupplerendeMaterialer/Matematik_hhx/Matematik_B_hhx/Forside/Matematik_B_06_LineaerProgrammering.pdf - Besøgt d. 10.02.2017 (Internet)

Bilag

Bilag 1 - Interviewudskrifter af virksomhedsbesøg og interview med Flemming Rosengreen Sørensen d. 24. januar 2017, hos Grafisk Maskinfabrik A/S, Birkerød.

Inden virksomhedsbesøget havde jeg en forventning om, at produktionen af en maskine var inddelt i flere processer, fx at de selv svejsede, bukkede og malede jernet til kabinettet og selv fremstillede elkomponenterne. Dermed forventede jeg også, at maskinen, eller dele af den, blev flyttet til forskellige afdelinger i virksomheden under produktionen. Til det havde jeg lavet skitser til procesflows, som skulle udfyldes med processer.

1) Hvordan foregår Jeres produktion?

”Størstedelen af de maskiner vi producerer er standard maskiner. Hvis en kunde bestiller den sidste af en bestemt standard maskine, så producerer 5 af den pågældende maskine, som vi sætter på lageret. De resterende maskiner, som er designet efter kundernes ønsker, producerer vi efter ordre”

2) Hvordan foregår det når en maskine bliver produceret?

”Først finder og printer vi styklisten på den maskine, der skal produceres. Herefter plukker vi alle delene til maskinen, og så begynder vi ellers at samle den. Man starter med bunden og bygger resten oven på, så maskinen står her på produktionsgulvet, til den er færdig”

3) Maskinen gennemgår altså ikke nogle forskellige processer før den er færdig?

”Nej, som sådan ikke. Den eneste umiddelbare proces ud over samlingen er den efterfølgende test”

4) Bliver hverken maskinen eller nogle af delene flyttet undervejs?

”Nej, når alle delene til maskinen er blevet plukket, så bygger man bare. Først bunden, og bagefter resten”

5) Bearbejder I selv nogle råvarer? Fx skærer, bukker, svejser jern til kabinettet?

”Nej, vi har ingen råvarer her. Når vi får delene til fx kabinettet, så er de fuldstændig som de skal være. Det vil sige, at de har de størrelser og farver de skal have. Det eneste vi skal gøre her er, at montere dem på maskinen”

6) Fremstiller og producerer I selv de elkomponenter I monterer i maskinerne?

”Vi har altid selv fremstillet og produceret alt elektronikken til vores maskiner, men valgte for et år siden at outsource denne proces. I dag får vi produceret alt elektronikken hos et firma i Polen. Det eneste arbejde vi har med elektronikken, er selve monteringen”

7) Hvordan er Jeres lager indrettet?

”Det er mig, der har udviklet det nuværende system. Selve lageret består af hyller, der omkranser produktionsgulvet, og delene er inddelt efter varenumre. Det vil sige, at vi her først har de varenumre med ”A”, og dem med ”X” i den anden ende. Fx har vi herovre alle varenumre med ”SK”, som er skruer. Så når man skal bruge en skrue, så ved man at den ligger her.

Samtidig ved vores computer system, hvor mange af de forskellige dele der er på lageret lige nu. Så hvis jeg fortæller systemet, at der bliver lavet 5 af en bestemt maskine, så trækker den de dele fra lagerbeholdningen, som står på styklisten. Systemet ved derfor også, hvornår vi skal købe nye komponenter hjem”

8) Har I fire forskellige maskiner I producerer mange af, som jeg kan bruge til min opgaveskrivning?

”Ja, jeg har følgende maskiner:
- RL14S
- XRN5R2V7
- PNT160SV4
- DC330MINIJ”

9) Kan du oplyse om dækningsbidrag på de fire maskiner?

”RL14S:	DB = 13.350 kr.
XRN5R2V7:	DB = 48.800 kr.
PNT160SV4:	DB = 71.250 kr.
DC330MINIJ:	DB = 238.900 kr.

Disse dækningsbidrag er relativt faste. De ændrer sig kun, hvis priserne på komponenterne vi køber hjem, ændrer sig.”

Bilag 2 - Interviewudskrift af telefonsamtale med Thomas Falk-Sørensen d. 31. januar 2017

Efter virksomhedsbesøget hos GM blev det klart for mig, at de ikke har behandling af råvarer eller produktion af elkomponenter, men kun samling af maskinen. Jeg havde derfor lavet et nyt skema, som jeg udfyldte sammen med Thomas:

	RL14S	**XRN5R2V7**	**PNT160SV4**	**DC330MINIJ**	**Kapacitet (timer pr. uge)**
Antal timer til:					
Plukning	1	5	3	12	160
El montage	0	16	20	95	600
Montering af motor	0	3	3	16	100
Montering af valser:	0	6	4	30	140
Montering af kabinet:	4	8	12	30	240
Test:	0,5	2	3	6	80

* Tid = den tid, de forskellige processer tager.
* Kapacitet = den tid der er til rådighed pr uge.

Yderligere notater:

”Samling af maskinen består af flere processer end angivet her, men disse er de større processer”.

"Den ugentlige kapacitet er defineret for hele værkstedet. Det skal derfor huskes, at der også produceres andre varer på værkstedet"

"Kapaciteten kan ikke altid fastsættes, da vi tit har folk der rejser rundt til kunderne og yder vedligeholdelse af maskiner. Fx kan vi have en mand, der er væk en uge, for at vedligeholde kunders maskiner i Tyrkiet"

Bilag 3 - Algoritme for lineærprogrammering

a) Identificer de to variable x og y

b) Bestem kriteriefunktionen $f(x,y)$

c) Identificer produktionsbegrænsningerne (inkl. positivitetsbetingelserne)

d) Tegn polygonområdet

e) Bestem to niveaulinjer og tegn dem ind i området

f) Bestem det optimale punkt som et skæringspunkt mellem to linjer

g) Bestem optimum ved at indsætte punktet i f.

h) Skriv konklusion på problemet[55]

Bilag 4 - Bevis for niveaulinjen i højden *H*

Bevis for at niveaulinjer i højden H, har en hældning på $\frac{-a}{b}$, og at de derfor parallelle i xy-planen

Vi ved, at en niveaulinje i højden H, viser alle punkter der giver dækningsbidraget H.

Vi ved, at funktionsforskriften for en lineær funktion i to variable har forskriften $f(x,y) = ax + by + c$.

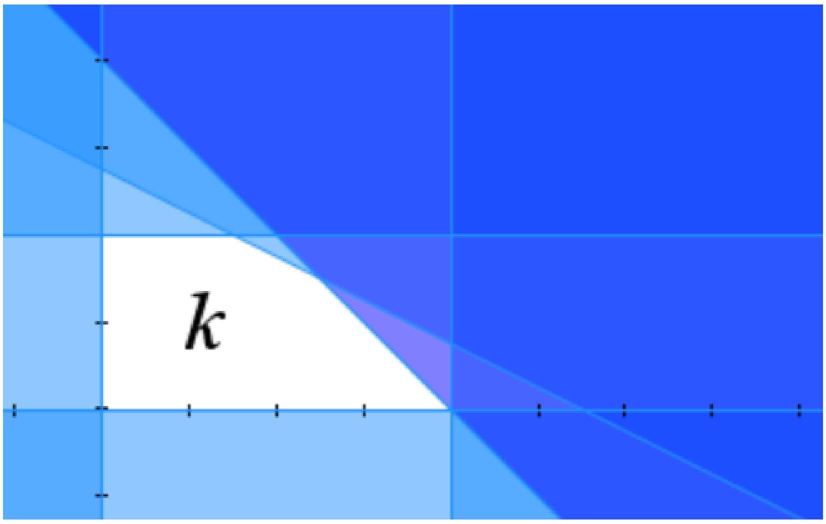
$N(H)$:	$f(x,y) = H$	Vi vil finde alle punkter niveaulinjen skærer igennem i højden H.
	$ax + by + c = H$	Forskriften for $f(x,y)$ indsættes.
	$by = ax + H - c$	$ax + c$ er fratrukket på begge side af lighedstegnet
	$y = -\frac{a}{b}x + \frac{H-c}{b}$	Der er divideret med b på begge sider af lighedstegnet for at isolere y.

Hældningen for niveaulinjen er derfor $\frac{-a}{b}$. [56]

[55] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 48
[56] Axelsen, Rasmus og Dalsgaard, Ole: Matema10k, matematik for hhx B-niveau, side 39, "Bevis"

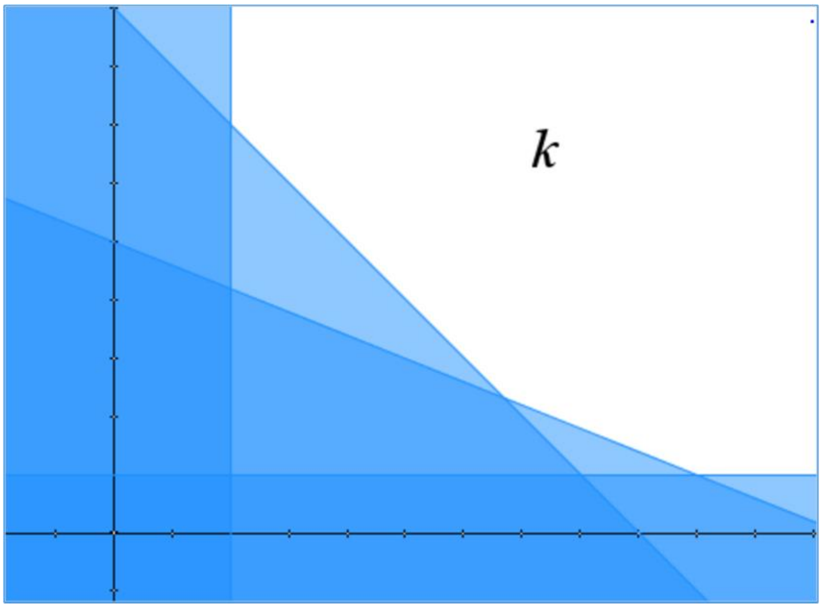
Bilag 5 - Polygonområde

Eksempel på polygonområde.



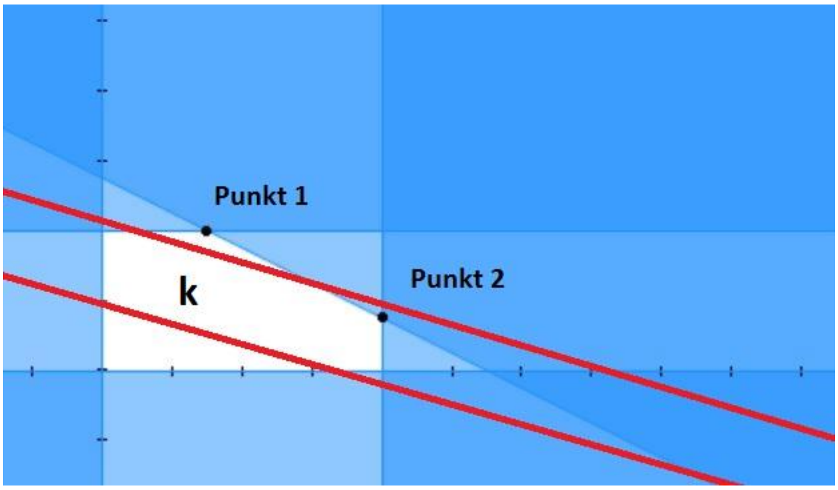
Bilag 6 - Ikke-lukket polygonområde

Eksempel på et polygonområde, der ikke er lukket.



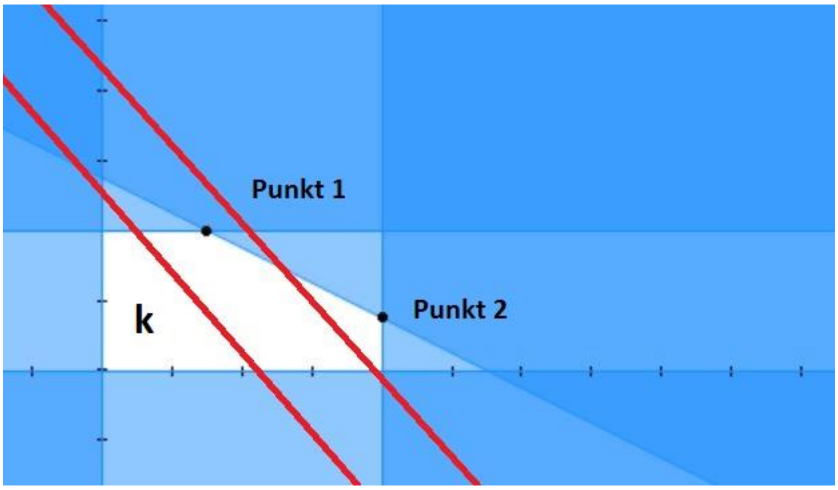
Bilag 7 - Punkt 1 = det optimale punkt

I denne graf bestemmer hældningen på niveaulinjen, at det er punkt 1, der er det optimale.



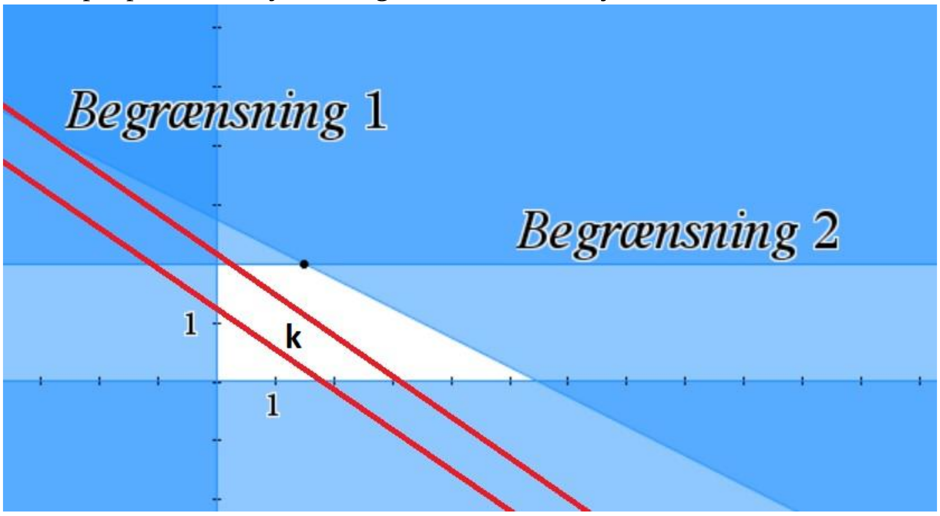
Bilag 8 - Punkt 2 = det optimale punkt

I denne graf bestemmer hældningen på niveaulinjen, at det er punkt 2, der er det optimale.



Bilag 9 - Niveaulinjer

Eksempel på niveaulinjer, indtegnet i et koordinatsystem.



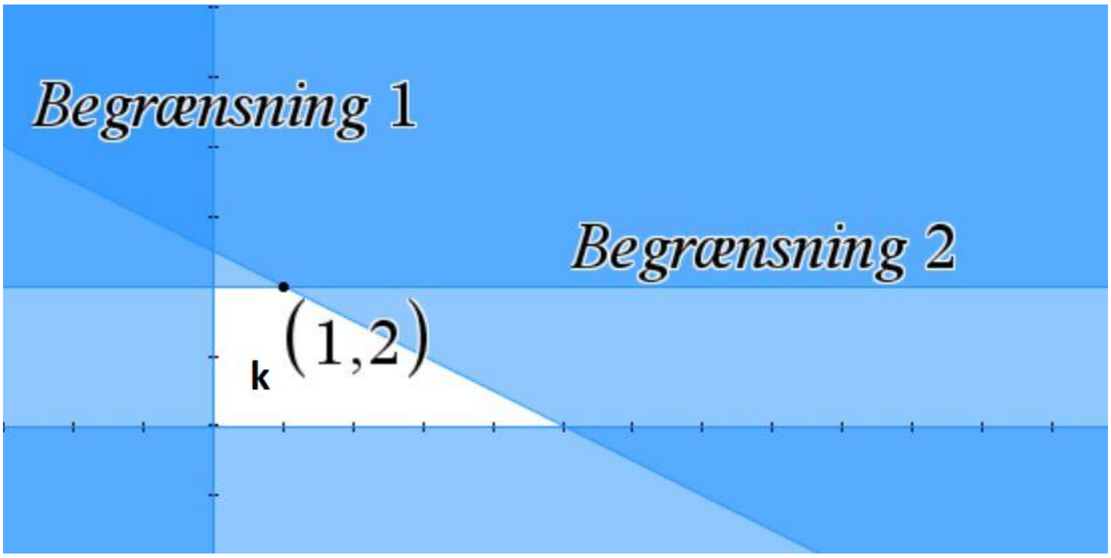
Bilag 10 - Optimalt punkt uden tilført kapacitet

Begrænsning for ressource 1: $2x + 4y \leq 10$

y isoleret med Nspires solvefunktion; $solve(2 \cdot x + 4 \cdot y \leq 10, y) \;\; \rightarrow \;\; y \leq ((-(x-5))/(2))$

Begrænsning for ressource 2: $y \geq 2$

Det optimale punkt findes til: (1;2)



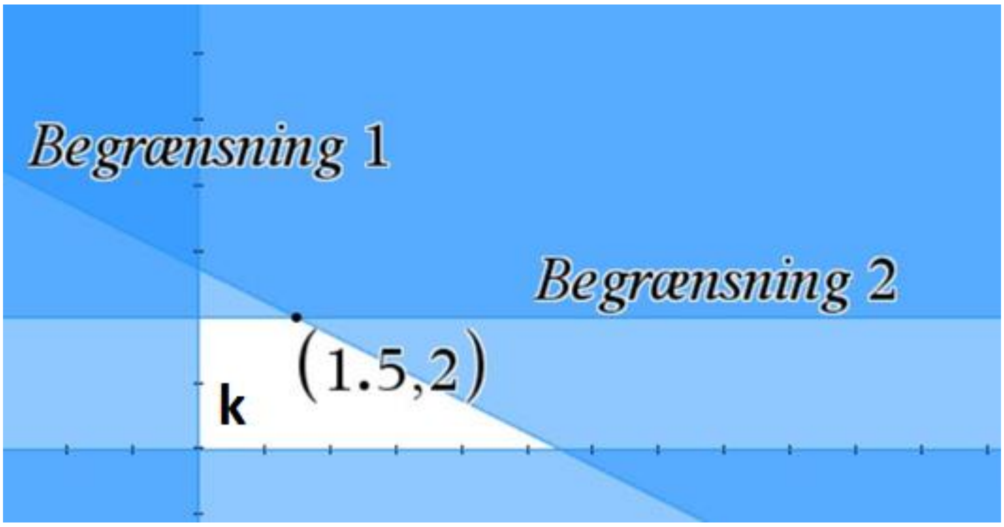
Bilag 11 - Optimalt punkt med tilført kapacitet

Begrænsning for ressource 1: $2x + 4y \leq 10 \quad \rightarrow \quad 2x + 4y \ \leq 10 + 1$

y isoleret med Nspires solvefunktion; $solve(2 * x + 4 \cdot y \leq 11, y) \quad \rightarrow \quad y \leq ((-(2 \cdot x - 11))/(4))$

Begrænsning for ressource 2: $y \geq 2$

Det optimale punkt findes til: (1,5;2)



Bilag 12 - Anvendelse af LP-algoritmen

a) Identificer de to variable *x* og *y*

Variabel *x* = PNT160SV4

Variabel *y* = DC330MINIJ

b) Bestem kriteriefunktionen *f*(*x*,*y*)

Dækningsbidraget for PNT160SV4 = 71.250 kr.

Dækningsbidraget for DC330MINIJ = 238.900 kr.

Kriteriefunktionen er derfor:

$f(x, y) = 71250 \cdot x + 238900 \cdot y$

c) Identificer produktionsbegrænsningerne (inkl. positivitetsbetingelserne)

- Produktionsbegrænsninger:

Plukning	$3 \cdot x + 12 \cdot y \leq 160$
Montering af el	$20 \cdot x + 95 \cdot y \leq 600$

Montering af motor $3 \cdot x + 16 \cdot y \leq 100$

Montering af valser $4 \cdot x + 30 \cdot y \leq 140$

Montering af kabinet $12 \cdot x + 30 \cdot y \leq 240$

Test $3 \cdot x + 6 \cdot y \leq 80$

- Isolering af y i produktionsbegrænsningerne:

Dette er gjort med TI-Nspires solve-funktion:

Plukning:

$\text{solve}(3\cdot x+12\cdot y\leq 160,y) \blacktriangleright y\leq -0.25\cdot(x-53.3333)$

Montering af el:

$\text{solve}(20\cdot x+95\cdot y\leq 600,y) \blacktriangleright y\leq -0.210526\cdot(x-30.)$

Montering af motor:

$\text{solve}(3\cdot x+16\cdot y\leq 100,y) \blacktriangleright y\leq -0.1875\cdot(x-33.3333)$

Montering af valser:

$\text{solve}(4\cdot x+30\cdot y\leq 140,y) \blacktriangleright y\leq -0.133333\cdot(x-35.)$

Montering af kabinet:

$\text{solve}(12\cdot x+30\cdot y\leq 240,y) \blacktriangleright y\leq -0.4\cdot(x-20.)$

Test:

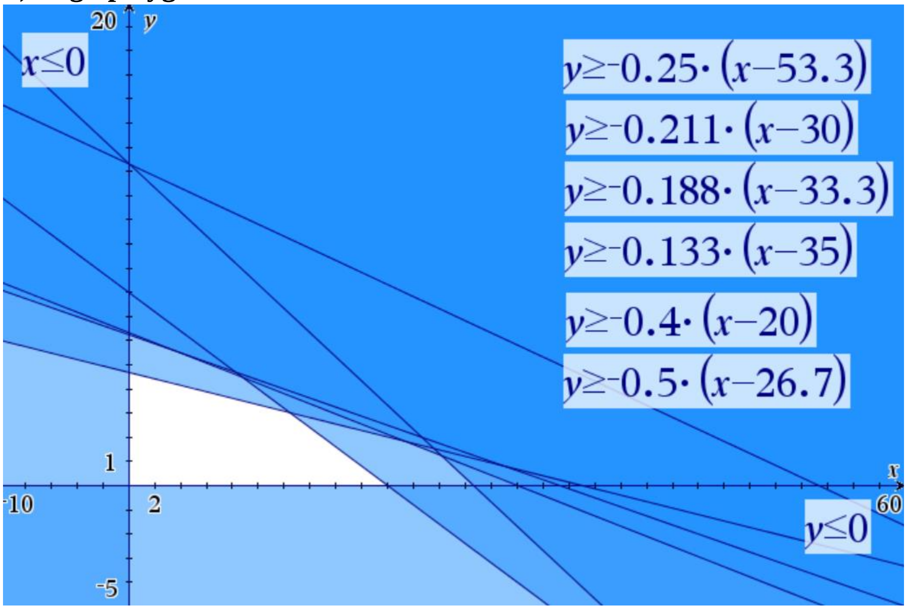
$\text{solve}(3\cdot x+6\cdot y\leq 80,y) \blacktriangleright y\leq -0.5\cdot(x-26.6667)$

- Positivitetsbetingelser:

$x \geq 0$

$y \geq 0$

d) Tegn polygonområdet



e) Bestem to niveaulinjer og tegn dem ind i området

$N(1.000.000)$

og

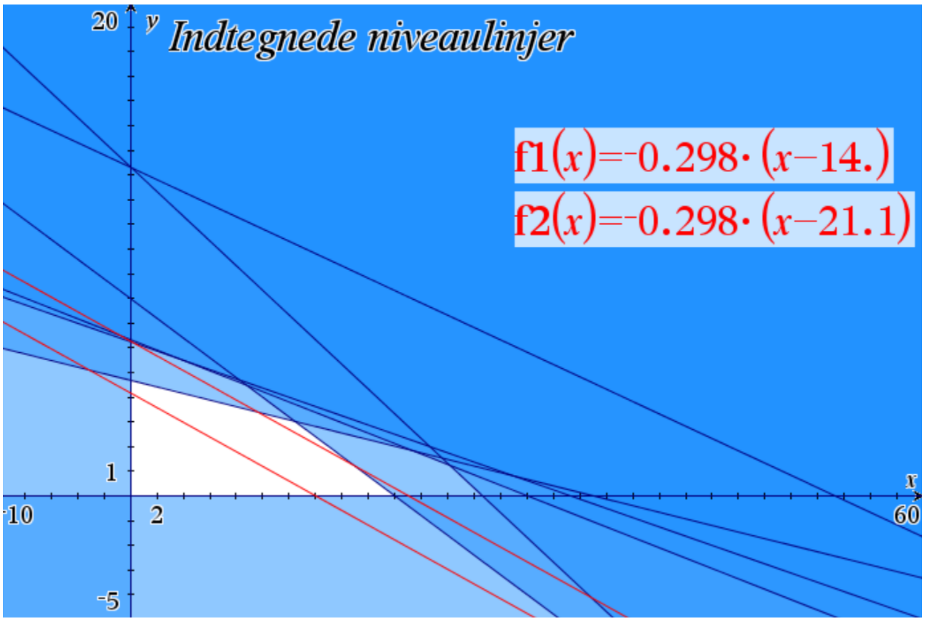
$N(1.500.000)$

- Isolering af y i de to niveaulinjer, gjort med TI-Nspires solve-funktion:

$solve(f(x,y) = 1000000, y) \;\; \rightarrow \;\; y = -0{,}298242 \cdot (x - 14{,}0351)$

$solve(f(x,y) = 1500000, y) \;\; \rightarrow \;\; y = -0{,}298242 \cdot (x - 21{,}0526)$

- Niveaulinjer indtegnet I området:



f) Bestem det optimale punkt som et skæringspunkt mellem to linjer

Det optimale punkt er, efter paralelforskydning af niveaulinjer, skæringspunkt mellem begrænsningerne for *montering af valser* $y \leq -0{,}133333 \cdot (x - 35)$ og *montering af kabinet* $y \leq -0{,}4 \cdot (x - 20)$.

x-værdien i skæringspunktet findes ved at sætte de to begrænsninger lig med hinanden:

$-0{,}133333 \cdot (x - 35) = -0{,}4 \cdot (x - 20)$	De to begrænsninger er sat lig med hinanden.
$solve(-0{,}133333 \cdot (x - 35) = -0{,}4 \cdot (x - 20), x)$	Ligningen indsættes i Nspires solve-funktion
$x = 12{,}5$	*x* findes til 12,5

x-værdien i det optimale punkt er derfor 12,5

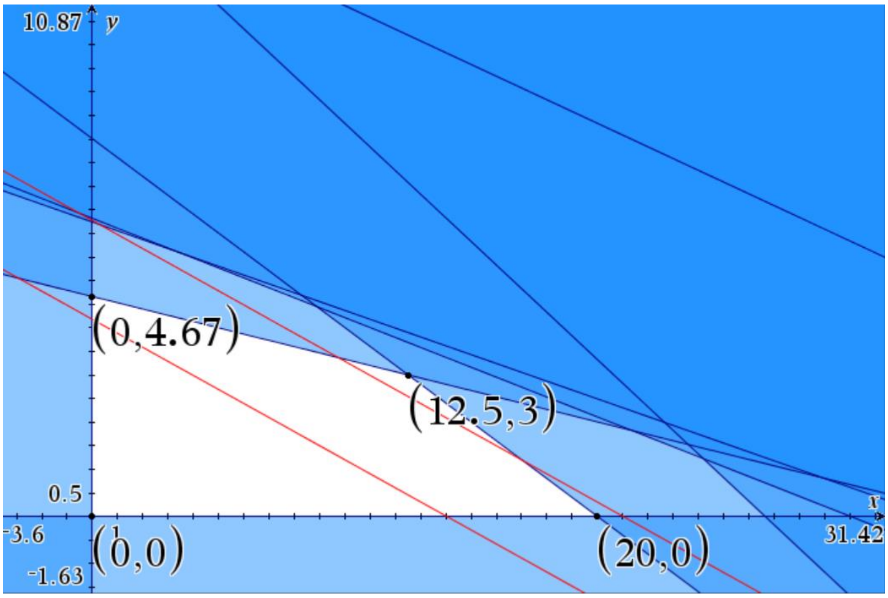
For at finde *y*-værdien i det optimale punkt, indsættes *x*-værdien i en af begrænsningerne:

$f(12{,}5) = -0{,}4 \cdot (x - 20)$	*x*-værdien indsættes i den ene begrænsning
$f(12{,}5) = -0{,}4 \cdot (12{,}5 - 20)$	12,5 indsættes
$f(12{,}5) = 3$	*y* findes til 3

y-værdien i det optimale punkt er derfor 3.

Da *x* = 12,5 og *y* = 3, bliver det optimale punkt (12,5;3)

- Det optimale punkt indtegnet plus øvrige punkter:



g) Bestem optimum ved at indsætte punktet i *f*.

Det størst mulige dækningsbidrag findes ved at indsætte det optimale punkt i kriteriefunktionen:

Kriteriefunktionen = $f(x,y) = 71250 \cdot x + 238900 \cdot y$

Det optimale punkt = (12,5;3)

Det størst mulige dækningsbidrag:

$f(12{,}5;3) = 71250 \cdot 12{,}5 + 238900 \cdot 3 = 1.607.325$ kr.

h) Skriv konklusion på problemet

I løbet af en uge hvor grafisk maskinfabrik kun skal producere maskinerne PNT160SV4 eller DC330MINIJ, vil den optimale kombination være 12,5 af PNT160SV4 og 3 af DC330MINIJ. Denne produktion vil give et dækningsbidrag på 1.607.325 kr.

Bilag 13 - Beregning af procenttal for PNT160SV4

For at produktionen skal ændres, skal dækningsbidraget for PNT160SV4 falde med:

(31853-71250)/71250 = 55,3%

For at produktionen skal ændres, skal dækningsbidraget for PNT160SV4 stige med:

(95560-71250)/71250 = 34,1%

Bilag 14 - Beregning af procenttal for DC330MINIJ

For at produktionen skal ændres, skal dækningsbidraget for DC330MINIJ falde med:

(178125-238900)/238900 = 25,4%

For at produktionen skal ændres, skal dækningsbidraget for DC330MINIJ stige med:

(534376-238900)/238900 = 123,7%

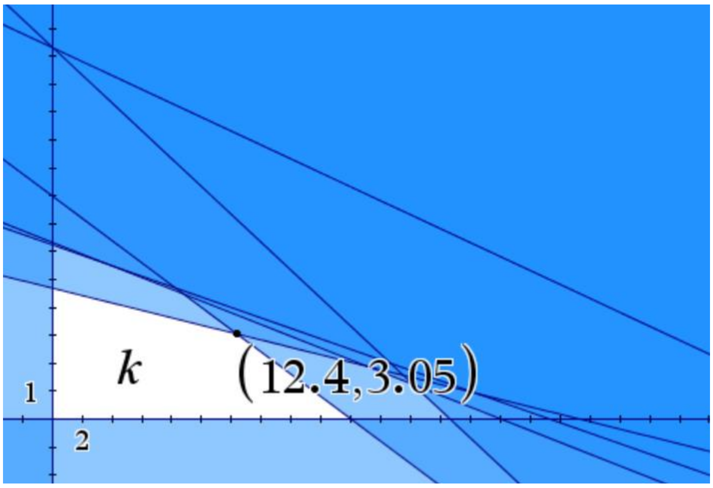
Bilag 15 - Skyggepris for *montering af valser*

Begrænsning for *montering af valser*: $4x + 30y \leq 141$

Isolering af *y*:

$4x + 30y \leq 141$	Begrænsningen stilles op
$solve(4x + 30y \leq 141, y)$	Indsættes i Nspires solve-funktion
$y \leq -0{,}133333 \cdot (x - 35{,}25)$	*y* er isoleret

Ved indtegning af den nye begrænsningslinje findes det nye optimum til:



Nyt optimum: (12,4;3,05)

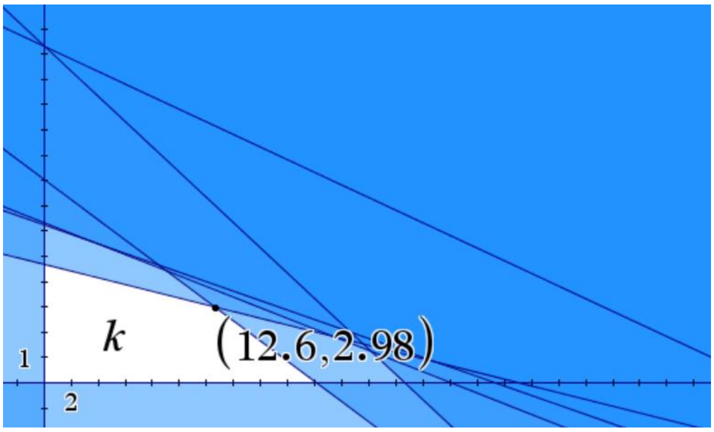
Bilag 16 - Skyggepris for *montering af kabinet*

Begrænsningen for *montering af kabinet*: $12x + 30y \leq 241$

Isolering af *y*:

$12x + 30y \leq 241$	Begrænsningen stilles op
$solve(12x + 30y \leq 241, y)$	Indsættes i Nspires solve-funktion
$y \leq -0{,}4 \cdot (x - 20{,}0833)$	*y* er isoleret

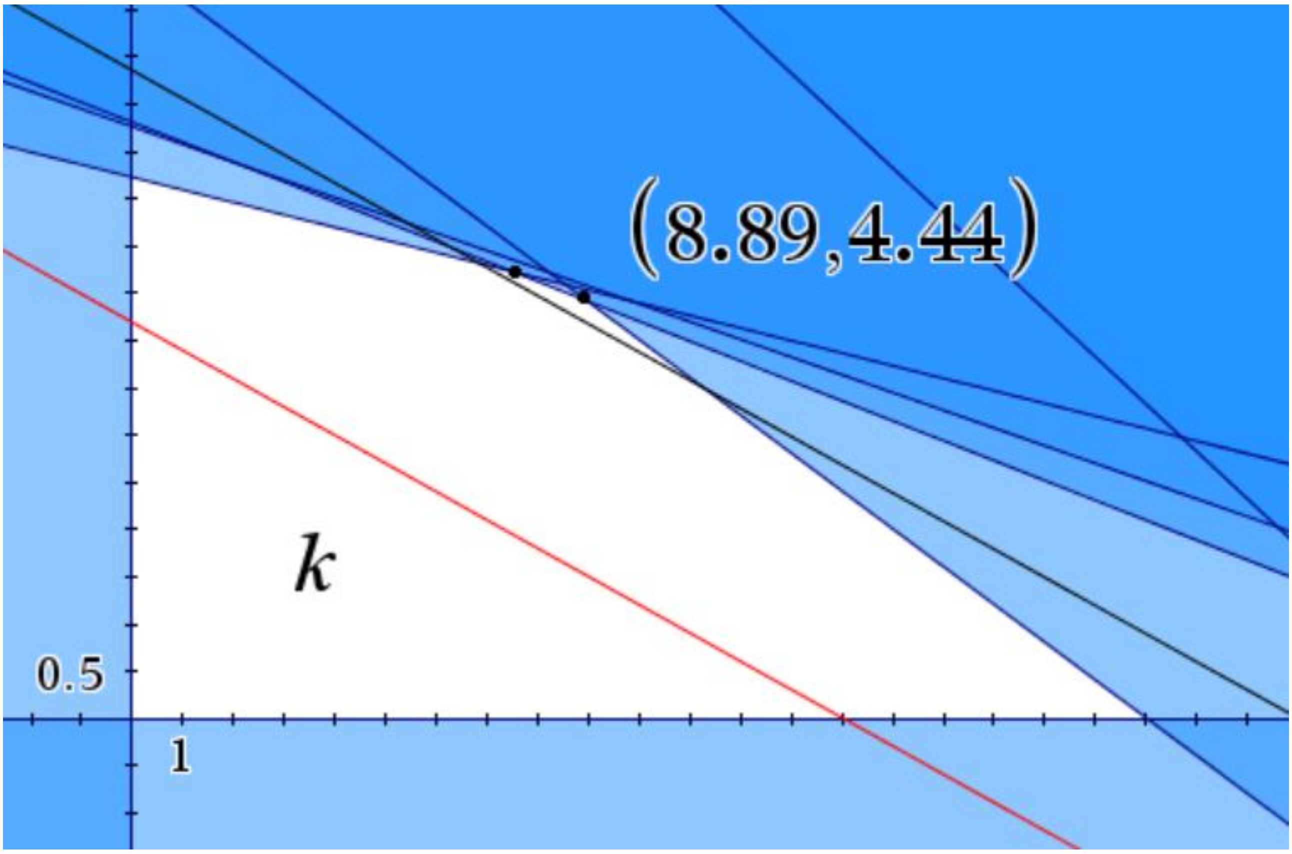
Ved indtegning af den nye begrænsningslinje findes det nye optimum til:



Nyt optimum: (12,6;2,98)

Bilag 17 - Tilføjet kapacitet til *montering af valser*

På nedenstående graf er der tilføjet 30 timer til *montering af valser*:



Det giver et nyt optimum på (8,89;4,44) hvor det nu er processen *montering af el*, der er knaphed på.

Det nye optimum giver et dækningsbidrag på:

$f(9{,}89; 4{,}44) = 71250 \cdot 8{,}89 + 238900 \cdot 4{,}44 \ \rightarrow \ f(9{,}89; 4{,}44) = 1694128{,}5$ kr

Det giver en merindtjening på:

$16941282.5 - 1607325 = \underline{86.803{,}5 \text{ kr}}$

Bilag 18 - Beregning af slack med nyt optimum

Slack på *montering af el*:

$20x + 95y \leq 600$

$20 \cdot 8{,}89 + 95 \cdot 4{,}44 \leq 600 = \underline{\underline{599{,}6 \text{ timer}}}$

Slack på *montering af kabinet*:

$12x + 30y \leq 240$

$12 \cdot 8{,}89 + 30 \cdot 4{,}44 \leq 240 = \underline{\underline{239{,}88 \text{ timer}}}$

Slack på *montering af valser* inkl. 30 ekstra timer:

$4x + 30y \leq 170$

$4 \cdot 8{,}89 + 30 \cdot 4{,}44 \leq 170 = \underline{\underline{168{,}76 \text{ timer}}}$